

多故障转子-滚动轴承系统的动力学特性

钟志贤¹, 马李奕¹, 蔡忠侯¹, 陈金华¹, 祝长生²

(1. 桂林理工大学 机械与控制工程学院, 广西 桂林 541004;

2. 浙江大学 电气工程学院, 杭州 310027)

摘 要: 为深入研究多故障转子-滚动轴承系统的机理,充分考虑了旋转部件的扭矩、剪切力、转动惯量及陀螺力矩等效应,采用 Timoshenko 梁单元和转盘单元建立了转子的有限元模型,集成了滚动轴承动力学模型,及不平衡、不对中、碰摩、裂纹及松动等故障模型,得到了多故障转子-滚动轴承系统的动力学方程。采用变步长龙格库塔法,获得了转子-滚动轴承系统的位移响应,研究了系统位移响应随转速变化的分岔图、庞加莱截面,以及故障特征处的时域波形图、轴心轨迹图、相平面图和频谱图,探究了多故障转子-滚动轴承系统的故障特征及其动力学特性和规律。仿真分析结果表明:多故障转子-滚动轴承系统在运行过程中存在周期运动,拟周期运动和复杂的类混沌运动等丰富的非线性行为,且在各非线性行为转速区间内,会呈现不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动等单一故障或耦合故障的特征和现象。

关 键 词: 转子-滚动轴承系统; 多故障; 有限元模型; 故障特征; 动力学特性

中图分类号: V231.96; TH113.1; O322

文献标志码: A

Dynamic characteristics of rotor-ball bearing system with multi coupling faults

ZHONG Zhixian¹, MA Liyi¹, CAI Zhonghou¹,

CHEN Jinhua¹, ZHU Changsheng²

(1. College of Mechanical and Control Engineering,

Guilin University of Technology, Guilin Guangxi 541004, China;

2. College of Electrical Engineering,

Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: To further study the mechanism of the rotor-ball bearing system with multi coupling faults, the effects of torsional stress, shear stress, gyroscopic and moment of inertia on rotating components were fully considered, Timoshenko beam elements and disk elements were used to model the finite element of a rotor system. By assembling the dynamic model of ball bearing and fault models of unbalance, misalignment, rubbing, crack and pedestal looseness, the dynamic equations of the rotor-ball bearing system with multi coupling faults were obtained. The displacement response of the rotor-ball bearing system was obtained using Runge Kutta method with variable step length, and response was analyzed using bifurcation diagrams and poincaré

收稿日期: 2022-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(51565009,11632015); 广西自然科学基金(2015GXNSFAA139272);

桂林理工大学科研启动基金(GLUT18100392)

作者简介: 钟志贤(1972—),男,教授、硕士生导师,博士,主要从事磁悬浮轴承设计与控制、机械故障诊断研究。

E-mail:2005zhzhx@163.com

引用格式: 钟志贤,马李奕,蔡忠侯,等. 多故障转子-滚动轴承系统的动力学特性[J]. 航空动力学报,2022,37(5):909-923. ZHONG Zhixian, MA Liyi, CAI Zhonghou, et al. Dynamic characteristics of rotor-ball bearing system with multi coupling faults[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(5):909-923.

maps with mass speed and time-domain waveform, axis orbits, phase diagrams and frequency spectrum at the fault areas. Fault features and dynamic characteristics of the system were studied and explored. As a result, abundant nonlinear phenomena such as periodic motion, quasi-periodic motion and complex quasi-chaotic motion were found. Additionally, characteristics of faults such as unbalance, misalignment, rubbing, crack and pedestal looseness were indicated during each nonlinear behavior.

Key words: rotor-ball bearing system; multi coupling faults; finite element model; features of faults; dynamic characteristics

在转子系统服役过程中,常会伴有两种及以上故障同时存在的耦合故障,其并非单一故障的线性叠加,而是多种故障的非线性耦合,甚至各故障间还会影响。转子系统一旦发生耦合故障,将会造成难以估量的严重后果,如:秦岭电厂一台 200 MW 汽轮发电机组由于裂纹和油膜失稳等故障导致轴系断裂,使电厂蒙受了巨大的经济损失;前苏联制造图 154M 型民航客机发动机转子系统轴承座松动,以及低压传动轴与隔热轴摩擦等多种故障同时发生,造成飞机升空约 10 min 后严重的断轴事故等^[1]。因此,在工程应用方面,进行转子系统多故障耦合机理的研究有重要价值且非常必要,同时,转子系统耦合故障的研究也一直是旋转机械故障诊断领域的热点与重难点问题^[2]。其研究重心主要是转子系统耦合故障模型建立及动力学特性分析^[3]。

目前,关于多故障转子系统建模及动力学特性的研究,许多学者展开了卓有成效的工作。Yang 等^[4]建立了不平衡-定点碰摩故障的转子系统动力学模型,用分岔图、轴心轨迹图、庞加莱截面和频谱图等分析了不平衡-定点碰摩故障耦合作用下转子系统的故障特征和动力学特性。Wang 等^[5]建立了不平衡-不对中故障的双转子系统动力学模型,通过数值分析和实验验证,揭示了外转子和内转子的振动特性,通过瀑布图、时域波形图以及频谱图等表征了不平衡-不对中耦合故障的特征。黄国远等^[6]采用集中质量法和拉格朗日等原理建立了不平衡-不对中-碰摩耦合的多故障转子系统动力学模型,并进行了不平衡-碰摩、不平衡-不对中以及不平衡-不对中-碰摩的多故障实验,验证了动力学模型的有效性。Xiang 等^[7]构建了裂纹-碰摩-油膜失稳故障的转子系统动力学模型,并对其动力学特性进行了数值仿真与实验模拟,揭示了所建模型在多故障作用下的响应特征和非线性动力学规律。申倩等^[8]采用 Lagrange

方程建立了裂纹-碰摩和裂纹-不对中故障的转子系统动力学模型,通过时域图、轴心轨迹图、庞加莱截面、频谱图等表示了所建模型的动力学特性,为转子系统耦合故障的深入研究提供了理论依据。何振鹏等^[9]建立了转子系统在碰摩-裂纹-松动故障共同作用下的非线性动力学模型,分析了该模型在多种故障条件下的动力学特性,为转子系统多故障耦合机理的研究提供了思路。

文献[4-9]等研究了转子系统耦合故障的建模方法及动力学特性,为转子系统故障耦合的机理研究提供了理论支撑,但目前的研究对象多只局限于 3 种及以下的故障,而对不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动等多故障共同作用的双跨转子系统研究仍然是空白,虽然现实工况中 3 种以上故障耦合的情况较为特殊,但是对其一般性的研究,对于转子系统的稳定运行、延长寿命等都具有重大的意义,因此,开展上述故障共同作用下的动力学研究十分必要。

本文首先考虑了转轴的扭矩、剪切力及轴段和转盘的旋转惯量和陀螺力矩等旋转部件重要参数的影响,采用 Timoshenko 梁单元和转盘单元建立了转子系统的有限元模型。然后在转子有限元模型中集成了滚动轴承动力学模型及不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动耦合的故障模型。最后,采用变步长龙格库塔法对多故障转子-滚动轴承系统的动力学方程求解,得到了转子系统响应随转速变化的分岔图、庞加莱截面和故障特征处的时域图、轴心轨迹图、相平面图和频谱图,分析了在不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动耦合故障下,转子-滚动轴承系统丰富的动力学特性。

1 转子系统多故障模型

1.1 转子有限元模型

图 1 为 Timoshenko 梁单元模型示意图。Timoshenko 梁单元有 P_1 与 P_2 两个节点,因为节点的

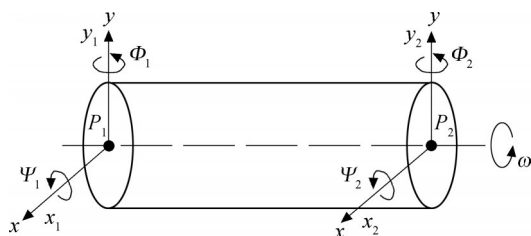


图1 Timoshenko 梁单元

Fig.1 Timoshenko beam element

径向变形量远远大于轴向变形量,从而忽略转轴的轴向和扭转变形^[10]。因此,每个 Timoshenko 梁单元考虑 8 个自由度,即平动自由度 x_1, y_1, x_2, y_2 , 转动自由度 $\Psi_1, \Phi_1, \Psi_2, \Phi_2$, 梁转子的角速度为 ω , 其单元位移向量表示为^[11]

$$\mathbf{X} = \{x_1, y_1, \Psi_1, \Phi_1, x_2, y_2, \Psi_2, \Phi_2\} \quad (1)$$

转子的有限元模型如图 2 所示。图中,转轴由 23 个 Timoshenko 梁单元组成,共有 24 个节点(图中 $P_1 \sim P_{24}$), 96 个自由度,节点 P_5 和 P_{20} 处为转盘。

采用 Hamilton 原理,忽略梁内部阻尼的影响,基于 Timoshenko 梁单元可以建立考虑离心效应的附加质量矩阵、陀螺矩阵和刚度矩阵影响的

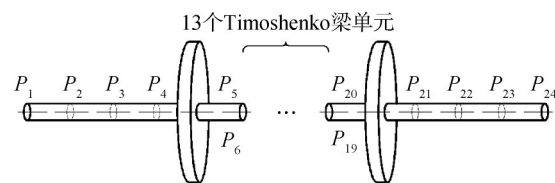


图2 转子有限元模型

Fig.2 Finite element model of rotor

转轴的动力学模型为

$$\mathbf{M}^{\text{beam}} \ddot{\mathbf{X}} - \omega \mathbf{G}^{\text{beam}} \dot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K}^{\text{beam}} - \omega^2 \mathbf{M}^{\text{e}}) \mathbf{X} = \mathbf{F}^{\text{beam}} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}^{\text{beam}}$ 为转轴的总装质量矩阵,其由转轴单元质量矩阵 $\mathbf{M}_e^{\text{beam}}$ 组成; $\mathbf{G}^{\text{beam}}$ 为转轴的总装陀螺矩阵,其由转轴单元陀螺矩阵 $\mathbf{G}_e^{\text{beam}}$ 组成; $\mathbf{K}^{\text{beam}}$ 为转轴的总装刚度矩阵,其由转轴单元刚度矩阵 $\mathbf{K}_e^{\text{beam}}$ 组成; $\mathbf{M}^{\text{e}}$ 为考虑离心效应的转轴附加质量矩阵,其由考虑离心效应的转轴单元附加质量矩阵 $\mathbf{M}_e^{\text{e}}$ 组成; $\mathbf{F}^{\text{beam}}$ 为转轴的外载荷矢量矩阵。

由最小势能和达朗贝尔-拉格朗日等原理推导得到转轴的单元质量矩阵、单元刚度矩阵和考虑离心效应的单元附加质量矩阵 $\mathbf{M}_e^{\text{beam}}$ 、 $\mathbf{K}_e^{\text{beam}}$ 和 $\mathbf{M}_e^{\text{e}}$ 分别为^[12-14]

$$\mathbf{M}_e^{\text{beam}} = \frac{\rho A L}{840(1 + \phi)^2} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 312 + 588\phi + 280\phi^2 & (44 + 77\phi + 35\phi^2)L & 108 + 252\phi + 140\phi^2 & -(26 + 63\phi + 35\phi^2)L \\ (44 + 77\phi + 35\phi^2)L & (8 + 14\phi + 7\phi^2)L^2 & (26 + 63\phi + 35\phi^2)L & -(6 + 14\phi + 7\phi^2)L^2 \\ 108 + 252\phi + 140\phi^2 & (26 + 63\phi + 35\phi^2)L & 312 + 588\phi + 280\phi^2 & -(44 + 77\phi + 35\phi^2)L \\ -(26 + 63\phi + 35\phi^2)L & -(6 + 14\phi + 7\phi^2)L^2 & -(44 + 77\phi + 35\phi^2)L & (8 + 14\phi + 7\phi^2)L^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_e^{\text{beam}} = \frac{EI}{L^3(1 + \phi)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & L^2(4 + \phi) & -6L & L^2(2 - \phi) \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & L^2(2 - \phi) & -6L & L^2(4 + \phi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_e^{\text{e}} = \frac{\rho I}{30(1 + \phi)^2 L} \begin{bmatrix} 36 & (3 - 15\phi)L & -36 & (3 - 15\phi)L \\ (3 - 15\phi)L & (4 + 5\phi + 10\phi^2)L^2 & -(3 - 15\phi)L & (-1 - 5\phi + 5\phi^2)L^2 \\ -36 & -(3 - 15\phi)L & 36 & -(3 - 15\phi)L \\ -(3 - 15\phi)L & (-1 - 5\phi + 5\phi^2)L^2 & -(3 - 15\phi)L & (4 + 5\phi + 10\phi^2)L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 ρ 为材料的密度, A 为梁的横截面积, L 为单元轴段的长度, E 为弹性模量, I 为惯性矩, ϕ 是无量纲参数,其表达式为

$$\phi = \frac{24I(1 + \nu)}{\kappa A L^2} \quad (6)$$

式中 κ 为剪切系数, ν 为泊松比。

转子的陀螺效应来自于转轴的动能,文献[14]中提出,在陀螺效应的作用下,转轴的动能会同时受到两个平面的影响。因此,单元陀螺矩阵也应当考虑节点在两个平面上的影响,单元陀螺矩阵 $\mathbf{G}_e^{\text{beam}}$ 为

$$G_e^{\text{beam}} = \frac{\rho I}{15(1+\phi)^2 L} \begin{bmatrix} G_e^{\text{beam},a} & G_e^{\text{beam},b} \\ G_e^{\text{beam},c} & G_e^{\text{beam},d} \end{bmatrix}$$

$$G_e^{\text{beam},a} = \begin{bmatrix} 0 & 36 & -(3-15\phi)L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & -(3-15\phi)L \\ (3-15\phi)L & 0 & 0 & (4+5\phi+10\phi^2)L^2 \\ 0 & (3-15\phi)L & -(4+5\phi+10\phi^2)L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_e^{\text{beam},b} = \begin{bmatrix} 0 & -36 & -(3-15\phi)L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -(3-15\phi)L \\ -(3-15\phi)L & 0 & 0 & (-1-5\phi+5\phi^2)L^2 \\ 0 & -(3-15\phi)L & -(-1-5\phi+5\phi^2)L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_e^{\text{beam},c} = \begin{bmatrix} 0 & -36 & (3-15\phi)L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & (3-15\phi)L \\ (3-15\phi)L & 0 & 0 & (-1-5\phi+5\phi^2)L^2 \\ 0 & (3-15\phi)L & -(-1-5\phi+5\phi^2)L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_e^{\text{beam},d} = \begin{bmatrix} 0 & 36 & (3-15\phi)L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & (3-15\phi)L \\ -(3-15\phi)L & 0 & 0 & (4+5\phi+10\phi^2)L^2 \\ 0 & -(3-15\phi)L & -(4+5\phi+10\phi^2)L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

通过组装转轴各单元矩阵,可以得到转轴的有限元总装矩阵。在组装过程中,将单元的左侧节点自由度与左侧相邻单元的右节点自由度相连接,再将单元的右侧节点自由度与右侧相邻单元的左节点自由度相连接,在左右节点相连的位置,由于矩阵叠加会出现两倍的对应元素^[12]。

将 M_e^{beam} 、 K_e^{beam} 、 M_e^c 和 G_e^{beam} 采用以上的方式组装。为了表述方便,将式(3)~式(5)和式(7)中的元素用 $m = \{m_1, m_2, \dots, m_{10}\}$ 和 $g = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 代换为

$$\begin{aligned} m_1 &= 312 + 588\phi + 280\phi^2, \\ m_2 &= (44 + 77\phi + 35\phi^2)L, \\ m_3 &= 108 + 252\phi + 140\phi^2, \\ m_4 &= -(26 + 63\phi + 35\phi^2)L, \\ m_5 &= (8 + 14\phi + 7\phi^2)L^2, \\ m_6 &= -(6 + 14\phi + 7\phi^2)L^2, \\ m_7 &= 36, \quad m_8 = (3 - 15\phi)L, \\ m_9 &= (4 + 5\phi + 10\phi^2)L^2, \\ m_{10} &= (-1 - 5\phi + 5\phi^2)L^2, \\ g_1 &= 36, \\ g_2 &= (3 - 15\phi)L, \\ g_3 &= (4 + 5\phi + 10\phi^2)L^2, \\ g_4 &= (-1 - 5\phi + 5\phi^2)L^2 \end{aligned}$$

组装后的 M^{beam} 、 K^{beam} 、 M^c 和 G^{beam} 会由 M_x^{beam} 、 M_y^{beam} 、 K_x^{beam} 、 K_y^{beam} 、 M_x^c 、 M_y^c 、 G_x^{beam} 、 G_y^{beam} 以对角阵的形式组成,除重力外, x 和 y 方向是完全对称的,选取 x 方向表示各总装矩阵。

转轴 x 方向的总装质量矩阵 M_x^{beam} 为

$$M_x^{\text{beam}} = \frac{\rho AL}{840(1+\phi)^2} \begin{bmatrix} M_x^{\text{beam},a} & & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 0 & \\ & 0 & & & & M_x^{\text{beam},b} \end{bmatrix}_{48 \times 48} \quad (8)$$

$$M_x^{\text{beam},a} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & 0 & 0 \\ m_2 & m_5 & -m_4 & m_6 & 0 & 0 \\ m_3 & -m_4 & 2m_1 & 0 & m_3 & m_4 \\ m_4 & m_6 & 0 & 2m_5 & -m_4 & m_6 \\ 0 & 0 & m_3 & -m_4 & 2m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_4 & m_6 & 0 & 2m_5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$M_x^{\text{beam},b} = \begin{bmatrix} 2m_1 & 0 & m_3 & m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 2m_5 & -m_4 & m_6 & 0 & 0 \\ m_3 & -m_4 & 2m_1 & 0 & m_3 & m_4 \\ m_4 & m_6 & 0 & 2m_5 & -m_4 & m_6 \\ 0 & 0 & m_3 & -m_4 & m_1 & -m_2 \\ 0 & 0 & m_4 & m_6 & -m_2 & m_5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

转轴 x 方向的总装刚度矩阵 $\mathbf{K}_x^{\text{beam}}$ 为

$$\mathbf{K}_x^{\text{beam}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & & & \mathbf{K}_n \end{bmatrix}_{48 \times 48} \quad (n > 1) \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^{\text{a}} & & & \\ & & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & \mathbf{K}_1^{\text{b}} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_1^{\text{a}} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{L_1^3(1+\phi)} & \frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & -\frac{12EI_1}{L_1^3(1+\phi)} & \frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & \frac{EI_1(4+\phi)}{L_1(1+\phi)} & -\frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & \frac{EI_1(2-\phi)}{L_1(1+\phi)} \\ -\frac{12EI_1}{L_1^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & \frac{12EI_1}{L_1^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & \frac{EI_1(2-\phi)}{L_1(1+\phi)} & -\frac{6EI_1}{L_1^2(1+\phi)} & \frac{EI_1(4+\phi)}{L_1(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_1^{\text{b}} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_2}{L_2^3(1+\phi)} & \frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} & -\frac{12EI_2}{L_2^3(1+\phi)} & \frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} & \frac{EI_2(4+\phi)}{L_2(1+\phi)} & -\frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} & \frac{EI_2(2-\phi)}{L_2(1+\phi)} \\ -\frac{12EI_2}{L_2^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} & \frac{12EI_2}{L_2^3(1+\phi)} + \frac{12EI_3}{L_3^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} + \frac{6EI_3}{L_3^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} & \frac{EI_2(2-\phi)}{L_2(1+\phi)} & -\frac{6EI_2}{L_2^2(1+\phi)} + \frac{6EI_3}{L_3^2(1+\phi)} & \frac{EI_2(4+\phi)}{L_2(1+\phi)} + \frac{EI_3(4+\phi)}{L_3(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_n^{\text{a}} & & & \\ & & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & & \mathbf{K}_n^{\text{b}} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_n^{\text{a}} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_{n-1}}{L_{n-1}^3(1+\phi)} + \frac{12EI_n}{L_n^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_{n-1}}{L_{n-1}^2(1+\phi)} + \frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & -\frac{12EI_n}{L_n^3(1+\phi)} & \frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} \\ -\frac{6EI_{n-1}}{L_{n-1}^2(1+\phi)} + \frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & \frac{EI_{n-1}(4+\phi)}{L_{n-1}(1+\phi)} + \frac{EI_n(4+\phi)}{L_n(1+\phi)} & -\frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & \frac{EI_n(2-\phi)}{L_n(1+\phi)} \\ -\frac{12EI_n}{L_n^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & \frac{12EI_n}{L_n^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & \frac{EI_n(2-\phi)}{L_n(1+\phi)} & -\frac{6EI_n}{L_n^2(1+\phi)} & \frac{EI_n(4+\phi)}{L_n(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K_n^b = \begin{bmatrix} \frac{12EI_{n+1}}{L_{n+1}^3(1+\phi)} & \frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & -\frac{12EI_{n+1}}{L_{n+1}^3(1+\phi)} & \frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & \frac{EI_{n+1}(4+\phi)}{L_{n+1}(1+\phi)} & -\frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & \frac{EI_{n+1}(2-\phi)}{L_{n+1}(1+\phi)} \\ -\frac{12EI_{n+1}}{L_{n+1}^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & \frac{12EI_{n+1}}{L_{n+1}^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & \frac{EI_{n+1}(2-\phi)}{L_{n+1}(1+\phi)} & -\frac{6EI_{n+1}}{L_{n+1}^2(1+\phi)} & \frac{EI_{n+1}(4+\phi)}{L_{n+1}(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

转轴 x 方向考虑离心效应的总装附加质量矩阵 M_x^c 的表达式为

$$M_x^c = \frac{\rho I}{30(1+\phi)^2 L} \begin{bmatrix} M_x^{c,a} & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 0 & & \\ & 0 & & & M_x^{c,b} & \end{bmatrix}_{48 \times 48} \quad (18)$$

$$M_x^{c,a} = \begin{bmatrix} m_7 & m_8 & -m_7 & m_8 & 0 & 0 \\ m_8 & m_9 & -m_8 & m_{10} & 0 & 0 \\ -m_7 & -m_8 & 2m_7 & 0 & -m_7 & m_8 \\ -m_8 & m_{10} & 0 & 2m_9 & -m_8 & m_{10} \\ 0 & 0 & -m_7 & -m_8 & 2m_7 & 0 \\ 0 & 0 & -m_8 & m_{10} & 0 & 2m_9 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M_x^{c,b} = \begin{bmatrix} 2m_7 & 0 & -m_7 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & 2m_9 & -m_8 & m_{10} & 0 & 0 \\ -m_7 & -m_8 & 2m_7 & 0 & -m_7 & m_8 \\ -m_8 & m_{10} & 0 & 2m_9 & -m_8 & m_{10} \\ 0 & 0 & -m_7 & -m_8 & m_7 & -m_8 \\ 0 & 0 & -m_8 & m_{10} & -m_8 & m_9 \end{bmatrix} \quad (20)$$

转轴 x 方向的总装陀螺矩阵 G_x^{beam} 表达式为

$$G_x^{\text{beam}} = \frac{\rho I}{15(1+\phi)^2 L} \begin{bmatrix} G_x^{\text{beam},a} & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 0 & & \\ & 0 & & & G_x^{\text{beam},b} & \end{bmatrix}_{48 \times 48} \quad (21)$$

$$G_x^{\text{beam},a} = \begin{bmatrix} 0 & g_1 & -g_2 & 0 & 0 & -g_1 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 & -g_2 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_2 & 0 & 0 & g_3 & -g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_3 & 0 & 0 & -g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_1 & g_2 & 0 & 0 & 2g_1 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & -g_2 & 0 \\ g_1 & 0 & 0 & g_2 & -2g_1 & 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 \\ g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 & 2g_3 & -g_2 & 0 & 0 & g_4 \\ 0 & g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & -2g_3 & 0 & 0 & -g_2 & -g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & g_2 & 0 & 0 & 2g_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & g_2 & -2g_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 & 2g_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & -2g_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$G_x^{\text{beam,b}} = \begin{bmatrix} 0 & 2g_1 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2g_1 & 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2g_3 & -g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2g_3 & 0 & 0 & -g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_1 & g_2 & 0 & 0 & 2g_1 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & -g_2 & 0 \\ g_1 & 0 & 0 & g_2 & -2g_1 & 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 \\ g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 & 2g_3 & -g_2 & 0 & 0 & g_4 \\ 0 & g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & -2g_3 & 0 & 0 & -g_2 & -g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & g_2 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & g_2 & -g_1 & 0 & 0 & g_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_2 & 0 & 0 & g_4 & -g_2 & 0 & 0 & g_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_2 & -g_4 & 0 & 0 & -g_2 & -g_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

各单元中的 $m = \{m_1, m_2, \dots, m_{10}\}$ 和 $g = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 由 Timoshenko 梁单元的横截面积和长度确定。 M^{beam} 、 K^{beam} 、 M^c 和 G^{beam} 总装矩阵的尺寸由图 2 模型的自由度数确定,为 96×96 。转盘的动力学建模与转轴动力学建模的原理与方法类似,转盘的动力学方程为

$$M^{\text{disk}} \ddot{X} - \omega G^{\text{disk}} \dot{X} = F^{\text{disk}} \quad (24)$$

式中 M^{disk} 为转盘的总装质量矩阵,其由转盘单元质量矩阵 M_e^{disk} 组成; G^{disk} 为转盘的总装陀螺矩阵,其由转盘单元陀螺矩阵 G_e^{disk} 构成; F^{disk} 为转盘外力矢量矩阵。

转盘单元质量矩阵和单元陀螺矩阵 M_e^{disk} 和 G_e^{disk} 分别表示为

$$M_e^{\text{disk}} = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$G_e^{\text{disk}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中 m_d 为转盘的等效质量, I_d 为转盘的直径惯性矩, I_p 为转盘的极惯性矩。

转盘单元矩阵组装为总装矩阵的方法与转轴单元矩阵的总装方法类似,此处不做赘述。

1.2 考虑耦合故障的转子-滚动轴承有限元模型

考虑滚动轴承动力学模型和多故障模型的转子-滚动轴承系统有限元模型如图 3 所示。图中 P_1 和 P_{24} 处考虑了左、右两端滚动轴承的动力学模型,同时考虑了滚动轴承座与基座间的松动故障, m_{bl} 、 m_{br} 为左、右端滚动轴承的质量; k_{ll} 、 c_{ll} 和 k_{lr} 、 c_{lr} 为左、右端松动故障的等效刚度和等效阻尼。 P_5 和 P_{20} 转盘处考虑了不平衡故障和碰摩故障, m_{dl} 和 m_{dr} 为左、右侧转盘的质量, e_1 和 e_2 为左、右侧转盘质量偏心距, δ_1 和 δ_2 为左、右侧转盘与机匣的碰摩间隙。在第 5 段和第 20 段转轴的根部考虑

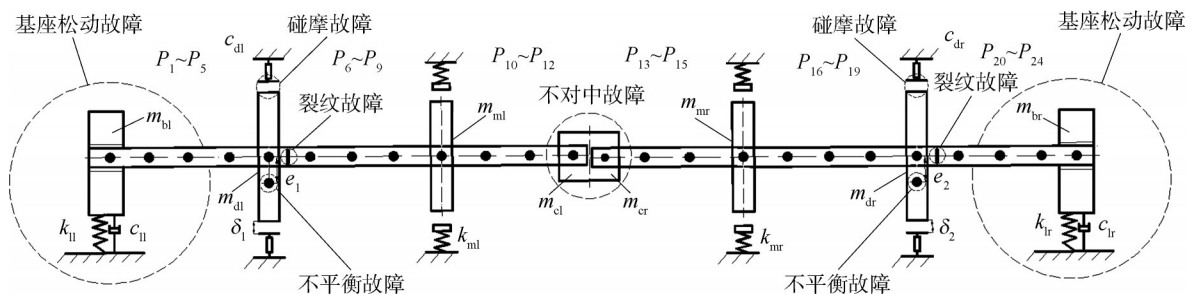


图3 多故障转子-滚动轴承系统有限元模型

Fig.3 Finite element model of rotor-ball bearing with multi coupling faults

了裂纹故障。 P_9 和 P_{16} 处考虑了左、右侧基础支撑, m_{ml} 、 k_{ml} 和 m_{mr} 、 k_{mr} 为左、右侧基础支撑的质量和刚度。 P_{12} 和 P_{13} 联结处考虑了联轴器,并在 P_{12} 和 P_{13} 节点处载入了综合不对中故障, m_{cl} 和 m_{cr} 为联轴器的左、右侧质量。模型左、右侧对称,选取左半部分构建动力学及数学模型。

1.2.1 滚动轴承的动力学模型

滚动轴承由保持架、内圈、外圈以及滚动体等部分组成,其动力学模型如图4所示。图中 v_{in} 为滚珠与内圈的切向速度, v_{cage} 为保持架的切向速度, v_{out} 为滚珠与外圈的切向速度, φ_0 为开始角位置, φ_i ($i=1,2,\dots,N_r$)为随动角位移, N_r 为滚珠数目。滚珠位置 φ_i ($i=1,2,\dots,N_r$)为开始角位置 φ_0 和随动角位移 φ_i 相加的和。

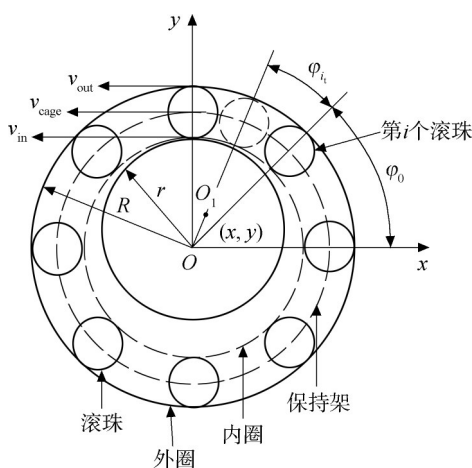


图4 滚动轴承模型

Fig.4 Model of ball bearing

由 Hertz 弹性接触理论计算得到左侧滚动轴承力分解至 x 和 y 方向的力 F_{blr} 和 F_{bly} 分别为^[15]

$$F_{blr} = \sum_{i=1}^{N_r} k_{cb} (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i - r_0)^{1.5} \cdot H(x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i - r_0) \cdot \cos \varphi_i \quad (27)$$

$$F_{bly} = \sum_{i=1}^{N_r} k_{cb} (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i - r_0)^{1.5} \cdot H(x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i - r_0) \cdot \sin \varphi_i \quad (28)$$

式中 k_{cb} 为滚动轴承的 Hertz 接触刚度, r_0 为轴承间隙, H 表示 Heaviside 函数, 用来判断滚珠和内外圈的接触情况。

1.2.2 不平衡故障的数学模型

转盘由于径向质量分布不均匀, 会存在偏心质量, 在旋转过程中, 偏心质量会产生不平衡激振力。将左侧不平衡激振力分解至 x 和 y 方向的

F_{ulr} 和 F_{uly} 分别为

$$\begin{cases} F_{ulr} = m_d e_1 \omega^2 \cos \omega t \\ F_{uly} = m_d e_1 \omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (29)$$

1.2.3 不对中故障的数学模型

不对中故障采用的是综合不对中故障模型, 其包括水平不对中和角度不对中。考虑到联轴器较大的质量, 综合不对中故障模型等效于给转子系统施加不对中激振力^[15]。将左侧不对中激振力分解至 x 和 y 方向的 F_{plx} 和 F_{ply} 分别为

$$\begin{cases} F_{plx} = F_p \sin(2\omega t) = -2m_{cl} \Delta E \omega^2 \sin(2\omega t) \\ F_{ply} = F_p \cos(2\omega t) = -2m_{cl} \Delta E \omega^2 \cos(2\omega t) \end{cases} \quad (30)$$

式中 ΔE 为综合不对中量。

1.2.4 碰摩故障的数学模型

碰摩故障模型如图5所示。图中 F_n 为碰撞力, F_t 为摩擦力, γ 为碰撞力 F_n 与 x 轴的夹角, O' 为转子形心。规定转盘与机匣的碰撞为弹性碰撞并产生弹性变形, 可得转子碰摩时的碰撞力 F_n 和摩擦力 F_t 分别为

$$u = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (31)$$

$$\begin{cases} F_n = k_n (u - \delta_1) & (u \geq \delta_1) \\ F_t = \mu F_n \end{cases} \quad (32)$$

式中 u 为转盘径向位移, x 为转盘在 x 方向的位移, y 为转盘在 y 方向的位移, k_n 为碰摩刚度, δ_1 为碰摩间隙, μ 为摩擦因数。

将左侧碰撞力 F_n 和摩擦力 F_t 分解到 x 和 y 方向的碰摩力 F_{rlr} 和 F_{rly} 分别为

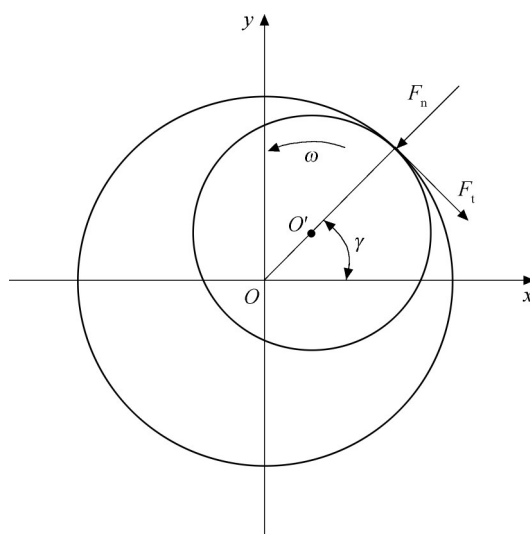


图5 碰摩故障模型

Fig.5 Model of rubbing fault

$$\begin{cases} F_{rlr} = -\frac{(u - \delta_1)k_n}{u}(x - \mu y) \\ F_{rly} = -\frac{(u - \delta_1)k_n}{u}(\mu x + y) \end{cases} \quad (33)$$

1.2.5 裂纹故障的数学模型

裂纹故障模型如图6所示。图中点 O 为两支承中心的连线与转盘所在平面的交点, α 为旋转坐标系 $O'\xi\eta$ 绕固定坐标系 Oxy 的旋转角度, O' 为转盘的形心, $O'\xi$ 为裂纹的开口方向, 点 C 为转盘质心, $O'\xi$ 与 $O'C$ 之间的夹角为裂纹角 β , $O'x'$ 与 $O'\xi$ 之间的夹角为开闭角 θ 。在考虑涡动影响时, 开闭角 θ 确定裂纹的开闭, 当开闭角 θ 为 0° , 即裂纹处于闭合状态时, 裂纹轴与无故障轴的刚度相同; 当开闭角 θ 增大, 即裂纹处于张开状态时, 裂纹轴的刚度会对应减小。因此, 裂纹轴的刚度会随着开闭角 θ 的变化而变化, 是 θ 的周期函数。

图3中的裂纹故障采用的是 Gasch 提出的描述裂纹开闭周期的方波模型, 其表达式为

$$K_c = \begin{bmatrix} k_{11}(1 + \cos 2\alpha) & k_{12}(1 + \cos 2\alpha) & k_{11}\sin 2\alpha & -k_{12}\sin 2\alpha \\ k_{12}(1 + \cos 2\alpha) & k_{22}(1 + \cos 2\alpha) & k_{12}\sin 2\alpha & -k_{22}\sin 2\alpha \\ k_{11}\sin 2\alpha & k_{12}\sin 2\alpha & k_{11}(1 - \cos 2\alpha) & -k_{12}(1 - \cos 2\alpha) \\ -k_{12}\sin 2\alpha & -k_{22}\sin 2\alpha & -k_{12}(1 - \cos 2\alpha) & k_{22}(1 - \cos 2\alpha) \end{bmatrix} \quad (35)$$

式中 $k_{11} = \frac{12EI}{L^3}$, $k_{12} = \frac{6EI}{L^2}$, $k_{22} = \frac{3EI}{L}$ 。

由式(34)和式(35)可以得到左侧的裂纹力,

$$\begin{cases} F_{clr} = \frac{1}{2} f(\theta) \Delta k \cdot [k_{11}x(1 + \cos 2\alpha) + k_{12}\Psi(1 + \cos 2\alpha) + k_{11}y\sin 2\alpha - k_{12}\Phi\sin 2\alpha] \\ F_{cl\Psi} = \frac{1}{2} f(\theta) \Delta k \cdot [k_{12}x(1 + \cos 2\alpha) + k_{22}\Psi(1 + \cos 2\alpha) + k_{12}y\sin 2\alpha - k_{22}\Phi\sin 2\alpha] \\ F_{cly} = \frac{1}{2} f(\theta) \Delta k \cdot [k_{11}x\sin 2\alpha + k_{12}\Psi\sin 2\alpha + k_{11}y(1 - \cos 2\alpha) - k_{12}\Phi(1 - \cos 2\alpha)] \\ F_{cl\Phi} = \frac{1}{2} f(\theta) \Delta k \cdot [-k_{12}x\sin 2\alpha - k_{22}\Psi\sin 2\alpha - k_{12}y(1 - \cos 2\alpha) + k_{22}\Phi(1 - \cos 2\alpha)] \end{cases} \quad (36)$$

式中 Δk 为因裂纹而引起的刚度减小系数。

1.2.6 基座松动故障的数学模型

假设松动端轴承座的水平位移较小而可以忽略, 只考虑其在竖直方向的位移, 设轴承座与基座间的原始间隙为 ΔL 。发生松动故障时, 当轴承座左侧竖直方向振幅 y_{11} 小于 0 m 时, 轴承座会受到基座的压力, 此时轴承座与基座间的等效刚度和等效阻尼最大; 当 y_{11} 位于 $0 \sim \Delta L$ 之间时, 轴承座不受限制, 此时轴承座与基座之间的等效刚度和等效阻尼最小; 当 y_{11} 大于 ΔL 时, 轴承座会受到限

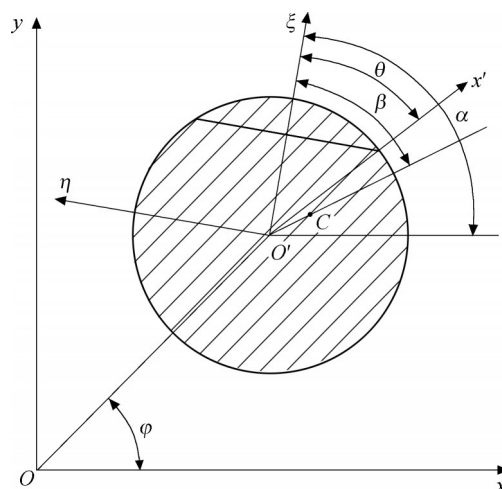


图6 裂纹故障模型

Fig.6 Model of crack fault

$$f(\theta) = \begin{cases} 1 & 2n\pi - \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 2n\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 & 2n\pi + \frac{\pi}{2} < \theta < 2n\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (34)$$

由于裂纹而降低的刚度矩阵 K_c 为^[16]

$$K_c = \begin{bmatrix} k_{11}(1 + \cos 2\alpha) & k_{12}(1 + \cos 2\alpha) & k_{11}\sin 2\alpha & -k_{12}\sin 2\alpha \\ k_{12}(1 + \cos 2\alpha) & k_{22}(1 + \cos 2\alpha) & k_{12}\sin 2\alpha & -k_{22}\sin 2\alpha \\ k_{11}\sin 2\alpha & k_{12}\sin 2\alpha & k_{11}(1 - \cos 2\alpha) & -k_{12}(1 - \cos 2\alpha) \\ -k_{12}\sin 2\alpha & -k_{22}\sin 2\alpha & -k_{12}(1 - \cos 2\alpha) & k_{22}(1 - \cos 2\alpha) \end{bmatrix} \quad (35)$$

将其分解至 x 方向、 x 转向、 y 方向以及 y 转向, 得到不同自由度方向上的激励力 F_{clr} 、 $F_{cl\Psi}$ 、 F_{cly} 和 $F_{cl\Phi}$ 分别为

制, 此时轴承座与基座间的等效刚度和等效阻尼较大。左端轴承座与基座之间的松动等效阻尼 c_{11} 和松动等效刚度 k_{11} 分别分段表示为

$$c_{11} = \begin{cases} c_{11,1} & y_{11} < 0 \\ c_{11,2} & 0 \leq y_{11} \leq \Delta L \\ c_{11,3} & y_{11} > \Delta L \end{cases} \quad (37)$$

$$k_{11} = \begin{cases} k_{11,1} & y_{11} < 0 \\ k_{11,2} & 0 \leq y_{11} \leq \Delta L \\ k_{11,3} & y_{11} > \Delta L \end{cases} \quad (38)$$

$$\boldsymbol{C}_l^{\text{fault}} = \begin{bmatrix} c_{\parallel} & & & & & \\ & c_{\parallel} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & c_{\text{dl}} & & \\ & & & & c_{\text{dl}} & 0 \\ & & & & & c_{\text{dl}} \\ & & & & & & c_{\text{dl}} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}_{48 \times 48} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_5 \\ \dot{y}_5 \\ \dot{\Psi}_5 \\ \dot{\Phi}_5 \\ \vdots \\ \dot{x}_9 \\ \dot{y}_9 \\ \vdots \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{y}_{12} \\ \vdots \end{bmatrix}_{48 \times 1} \quad (41)$$

$$K_i^{\text{fault}} = \begin{bmatrix} k_{\parallel} & & & & & \\ & k_{\parallel} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & -f(\theta) K_c & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & k_{m1} \\ & & 0 & & & & & k_{m1} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}_{48 \times 48} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_5 \\ y_5 \\ \Psi_5 \\ \Phi_5 \\ \vdots \\ x_9 \\ y_9 \\ \vdots \\ x_{12} \\ y_{12} \\ \vdots \end{bmatrix}_{48 \times 1} \quad (42)$$

$$F_1^{\text{fault}} = \begin{bmatrix} F_{\text{blr}} \\ F_{\text{bly}} \\ \vdots \\ F_{\text{ulr}} + F_{\text{rlr}} + F_{\text{clr}} \\ F_{\text{uly}} + F_{\text{rly}} + F_{\text{cly}} - m_{\text{dl}}g \\ F_{\text{cl}\Psi} \\ F_{\text{cl}\Phi} \\ \vdots \\ 0 \\ -m_{\text{ml}}g \\ \vdots \\ F_{\text{plr}} \\ F_{\text{ply}} - m_{\text{cl}}g \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (43)$$

将转轴动力学方程式(2),转盘的
动力学方程式(24)以及故障的动力学
方程式(39)集成,可以得到多故障转
子-滚动轴承系统的动力学微分方程
为

$$\begin{aligned} & (M^{\text{beam}} + M^{\text{disk}} + M^{\text{fault}})\ddot{X} + (-\omega G^{\text{beam}} - \omega G^{\text{disk}} + \\ & C^{\text{fault}})\dot{X} + (K^{\text{beam}} - \omega^2 M^{\text{c}} + K^{\text{fault}})X = F^{\text{fault}} \end{aligned} \quad (44)$$

2 多故障转子-滚动轴承系统动力学特性分析

参考文献[17-19]等多篇文献的研究数据,并对部分参数微调,无故障转子-滚动轴承系统的物理及几何参数为:滚动轴承的等效质量 $m_b=$

$m_{\text{br}} = 4 \text{ kg}$, 中间转盘的等效质量 $m_{\text{dl}} = m_{\text{dr}} = 32 \text{ kg}$, 基础支撑的等效质量 $m_{\text{ml}} = m_{\text{mr}} = 4 \text{ kg}$, 联轴器的等效质量 $m_{\text{cl}} = m_{\text{cr}} = 1.3 \text{ kg}$, 转轴直径 $D = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$, 弹性模量 $E = 70 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.3$, 材料密度 $\rho = 2780 \text{ kg/m}^3$, 基础支撑的刚度 $k_{\text{ml}} = k_{\text{mr}} = 4 \times 10^6 \text{ N/m}$ 。滚动轴承为 JIS6 306 型滚动轴承, 相关参数为: 滚子数目 $n = 8$ 个, 轴承的 Hertz 接触刚度 $k_{\text{cb}} = 1.33 \times 10^9 \text{ N/m}$, 轴承外径 $D_{\text{b}} = 6.39 \times 10^{-2} \text{ m}$, 轴承内径 $d_{\text{b}} = 4.01 \times 10^{-2} \text{ m}$, 轴承间隙 $r_0 = 7 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。根据上述物理及几何参数可以得到图 2 转子的 1 阶临界转速 $\omega_{n1} \approx 1\,623 \text{ r/min}$, 2 阶临界转速 $\omega_{n2} \approx 3\,829 \text{ r/min}$ 。

设定转子-滚动轴承系统的故障参数为:在旋转过程中,左转盘(P_5 节点)和右转盘(P_{20} 节点)的不平衡力方向相同,偏心距 $e_1=e_2=5\times 10^{-4}\text{ m}$;综合不对中量 $\Delta E=1\times 10^{-3}\text{ m}$;碰摩刚度 $k_n=8\times 10^6\text{ N/m}$,摩擦因数 $\mu=0.05$,碰摩间隙 $\delta_1=\delta_2=1\times 10^{-3}\text{ m}$;裂纹引起的刚度减小系数 $\Delta k=0.2$,裂纹初始角 $\beta=45^\circ$;轴承座与基座间的松动等效刚度 $k_{ll,1}=k_{lr,1}=3\times 10^8\text{ N/m}$, $k_{ll,2}=k_{lr,2}=2\times 10^6\text{ N/m}$, $k_{ll,3}=k_{lr,3}=2.5\times 10^7\text{ N/m}$,轴承座与基座间的松动等效阻尼 $c_{ll,1}=c_{lr,1}=500\text{ N}\cdot\text{s/m}$, $c_{ll,2}=c_{lr,2}=200\text{ N}\cdot\text{s/m}$, $c_{ll,3}=c_{lr,3}=350\text{ N}\cdot\text{s/m}$,松动间隙 $\xi=0.5\times 10^{-3}\text{ m}$ 。

2.1 多故障转子-滚动轴承系统的混沌行为分析

采用变步长龙格库塔法求解式(44),得到图7多故障转子-滚动轴承系统 x 和 y 方向位移响应

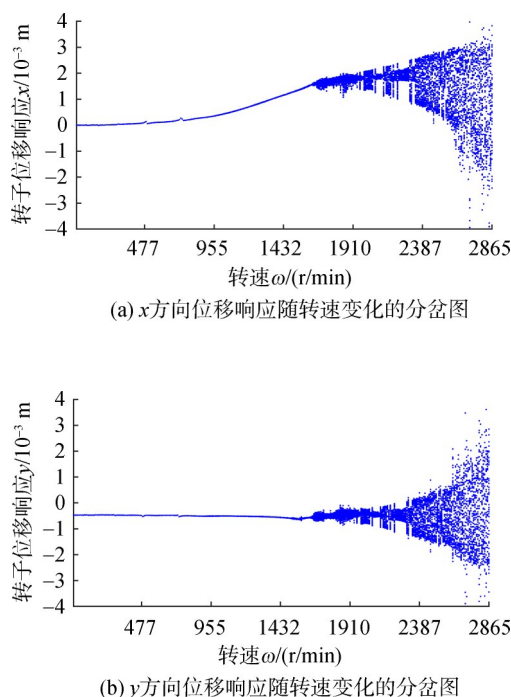


图7 多故障转子位移响应随转速 ω 的分岔图

Fig.7 Bifurcation diagram of rotor displacement response with multi coupling faults at different ω

随转速 ω 变化的分岔图。因为在实际工业生产中,转子系统的工作转速往往小于2阶临界转速^[20],所以本文转速分析范围选定为 $0 < \omega < 2865$ r/min,转速范围分布于1阶临界转速前、1阶临界转速时及1阶和2阶临界转速间。

多故障耦合作用下,转子-滚动轴承系统的非线性特性十分复杂。在 $0 < \omega < 1623$ r/min区间内,转子的的工作转速小于1阶临界转速,不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动等故障引起的偏心力较小,转轴中心以及轴承支座在松动间隙下边缘附近做微幅振动,系统位移响应呈现稳态周期一的运动状态。随着工作转速的提高,系统响应在一阶临界转速附近突然增加,由周期一经阵发性突变进入了 $1623 < \omega < 1958$ r/min的小面积复杂的类混沌运动状态,该现象与文献[17]中松动转子系统的非线性行为特征吻合。当 ω 处于超临界转速区间时,系统的响应呈现为:拟周期($1958 < \omega < 2101$ r/min)→复杂的类混沌($2101 < \omega < 2215$ r/min)→拟周期($2215 < \omega < 2301$ r/min)→大面积复杂的类混沌($2301 < \omega < 2865$ r/min)的变化趋势,每次变化后,拟周期的转速区间都会变窄直至最终消失,复杂的类混沌转速区间变宽,且其响应的类混沌阈值变大,上述现象与文献[17]

中,超临界转速下,大不平衡量的碰摩-松动耦合故障转子系统的非线性动力特性类似,说明在超临界转速区间,不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动等多故障的转子-滚动轴承系统响应的非线性行为会以不平衡-碰摩-松动耦合故障为主。

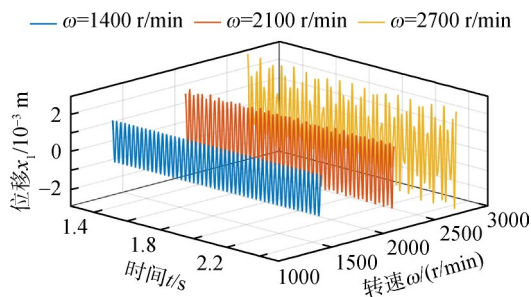
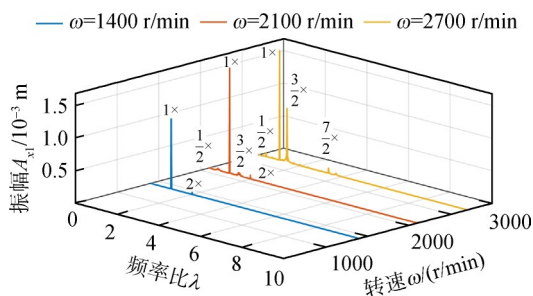
由以上分析可知,多故障转子-滚动轴承系统的位移响应在亚临界转速区间为稳态周期一的状态,各故障对转子系统动力学特性的影响不大,由于存在松动故障,在此期间出现了转轴中心及轴承支座在松动间隙下边缘附近做微幅振动的非线性现象。在临界转速区间,系统响应出现了松动故障的混沌行为特征。在超临界转速区间,系统响应的混沌行为表现为不平衡-碰摩-松动耦合故障的非线性特征。

2.2 多故障转子-滚动轴承系统的故障特征分析

选取图3多故障转子-滚动轴承系统有限元模型中的松动端(P_1 节点)分析,对松动端在周期运动、拟周期运动和复杂的类混沌运动状态的位移响应进行研究。通过对各仿真图形的比较与分析,可以较为全面地揭示多故障转子-滚动轴承系统的故障特征,以下为分析结果。

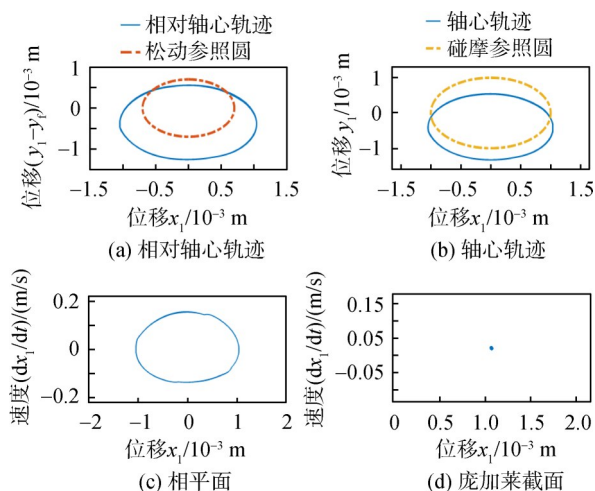
多故障转子-滚动轴承系统松动端不同转速下的时域波形图、频谱图及相对轴心轨迹图、轴心轨迹图和相平面图分别如图8~图12所示。在频谱图中, x 轴表示实时频率与固有频率的比值, y 轴表示转速, z 轴表示振幅;在相对轴心轨迹图中,横坐标表示松动端滚动轴承座 x 方向的位移 x_1 ,纵坐标表示松动端滚动轴承座 y 方向位移 y_1 与基座 y 方向位移 y_f 的差值,以轴承间隙为半径绘制红色松动参照圆,当相对轴心轨迹最外层图形面积大于或等于红色松动参照圆面积时,松动故障现象显现;在轴心轨迹图中,横坐标表示松动端 x 方向的位移,纵坐标表示松动端 y 方向的位移,以碰摩间隙为半径绘制黄色碰摩参照圆,当轴心轨迹最外层图形面积大于或等于黄色碰摩参照圆面积时,碰摩故障现象显现。

由图8、图9可知,当 $\omega = 1400$ r/min时,时域波形呈现简谐周期运动,频率以1倍频($1\times$)为主频,并伴有轻微2倍频($2\times$)分量,表明耦合故障呈现不平衡和不对中的故障现象,但不对中的故障现象不明显^[21]。转子的相对轴心轨迹如图10(a)所示呈椭圆形,因为其面积大于松动参照圆的面积,所以松动故障现象明显。图10(b)为转子的轴心轨迹,呈现为规则的椭圆,因其面积与碰摩

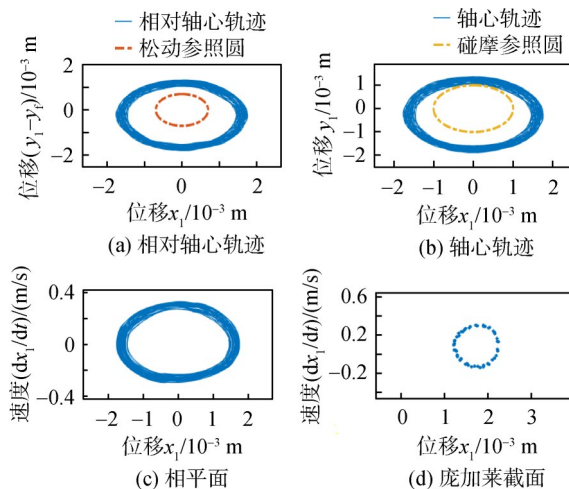
图8 不同转速 ω 下松动端时域波形(P_1 节点)Fig.8 Time-domain waveform of loose part at different ω (point P_1)图9 不同转速 ω 下松动端频率谱(P_1 节点)Fig.9 Spectrum of loose part at different ω (point P_1)

参照圆的面积相等,故碰摩故障特征刚开始显现。转子的相平面如图10(c)所示,其曲线封闭且收敛,图10(d)是转子的庞加莱截面,其上所有点均重合为一个,系统处于周期一运动状态,整体呈现不平衡、不对中、松动和碰摩的故障现象,但不对中和碰摩的故障现象不明显。

在 $\omega = 2\ 100\ \text{r/min}$ 时,如图8、图9所示,松动

图10 $\omega = 1\ 400\ \text{r/min}$ 时松动端相对轴心轨迹、轴心轨迹、相平面和庞加莱截面(P_1 节点)Fig.10 Relative axis orbits, axis orbits, phase diagram and Poincaré maps of loose part at $\omega = 1\ 400\ \text{r/min}$ (point P_1)

端时域幅值明显增加,并出现小幅度振荡,整体呈现高矮峰交替的松动故障时域特征^[22],频谱中 $1\times$ 和 $2\times$ 处能量增加,并出现 $\frac{1}{2}\times$ 和 $\frac{3}{2}\times$ 谐波分量,表明不平衡和不对中故障现象变得明显,同时掺杂了碰摩和松动的故障现象^[21]。图11(a)、图11(b)的相对轴心轨迹和轴心轨迹呈现为紊乱的类椭圆形,与碰摩故障现象相符^[23],因为相对轴心轨迹和轴心轨迹最外层的面积已明显大于松动和碰摩参照圆的面积,所以松动和碰摩的故障现象明显。转子的相平面为图11(c),其曲线变得紊乱,并有圆环面破裂而进入复杂的类混沌的趋势。图11(d)所示为庞加莱截面,其呈现为封闭的圆环,系统处于拟周期的运动状态,不平衡、不对中、松动和碰摩的故障现象明显。

图11 $\omega = 2\ 100\ \text{r/min}$ 时松动端相对轴心轨迹、轴心轨迹、相平面和庞加莱截面(P_1 节点)Fig.11 Relative axis orbits, axis orbits, phase diagram and Poincaré maps of loose part at $\omega = 2\ 100\ \text{r/min}$ (point P_1)

当 $\omega = 2\ 700\ \text{r/min}$ 时,图8、图9中松动端时域波形的幅值进一步增大,并呈现大幅度且不规则的高矮峰振荡,频谱中 $1\times$ 处能量持续增加, $2\times$ 处能量被完全抑制, $\frac{3}{2}\times$ 处能量显著增加,还出现了 $\frac{7}{2}\times$ 的较高频能量,并且频谱的底线处出现许多毛刺,表明耦合故障显现为非常剧烈的不平衡、碰摩和松动的故障现象^[21]。由图12(a)、图12(b)可知,相对轴心轨迹和轴心轨迹呈现为“半椭圆”环状嵌套的“半椭圆环”,且相对轴心轨迹和轴心轨迹最外层面积已明显远大于松动和碰摩参

照圆的面积,表明松动和碰摩的故障现象非常剧烈。转子的相平面如图 12(c)所示,其呈现为多圆混合交错的紊乱图形,图 12(d)是转子的庞加莱截面,其上的点表现为类似云图状的复杂图形,系统处于复杂的类混沌运动状态,不平衡、松动和碰摩的故障现象非常剧烈,不对中的故障现象被掩盖。

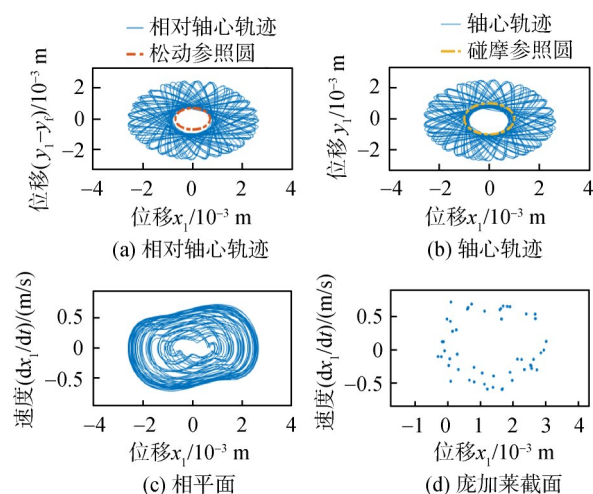


图 12 $\omega=2700$ r/min 时松动端相对轴心轨迹、轴心轨迹、相平面和庞加莱截面 (P_1 节点)

Fig.12 Relative axis orbits, axis orbits, phase diagram and Poincaré maps of loose part at $\omega=2700$ r/min (point P_1)

综上所述,当多故障转子-滚动轴承系统处于周期一转速区间时,松动端呈现不平衡、不对中、松动和碰摩的故障现象,其中,不平衡和松动的故障现象明显,不对中和碰摩的故障现象不明显。当系统处于拟周期转速区间时,松动端呈现明显的不平衡、不对中、松动和碰摩的故障现象。在复杂的类混沌转速区间时,松动端的不平衡、碰摩和松动的故障现象非常剧烈,不对中故障现象被掩盖。多故障转子-滚动轴承系统在复杂的类混沌转速区间内,还出现了时域波形高矮峰随机变换,轴心轨迹半椭圆环状交替,相平面多圆混合交错而紊乱等故障现象,这类现象在已有文献中鲜见报道。

3 结 论

本文通过 Timoshenko 梁单元和转盘单元构建了考虑旋转部件扭矩、剪切力、转动惯量及陀螺力矩等效应的转子有限元模型,并集成了滚动轴承动力学模型和不平衡、不对中、碰摩、裂纹和松动故障的数学模型,建立了多故障转子-滚动轴

承系统的动力学微分方程,并用数值方法进行求解,得到系统位移响应随转速变化的分岔图和庞加莱截面,并对松动端时域图、轴心轨迹图、相平面图及频谱图进行了分析,结论如下:

1) 多故障转子-滚动轴承系统位移响应在亚临界转速区间表现为稳态周期一的状态,在此期间,出现了转轴中心及轴承支座在松动间隙下边缘附近做微幅振动的非线性现象。在临界转速区间,系统响应表现出松动故障的行为特征。在超临界转速区间,系统响应的行为会以不平衡-碰摩-松动耦合故障的非线性特征为主。

2) 多故障转子-滚动轴承系统在周期一转速区间时,主要表现为不平衡、松动的故障现象。在拟周期转速区间,转子系统呈现明显的不平衡、不对中、松动、碰摩的故障现象。当处于复杂的类混沌转速区间时,系统表现出非常剧烈的不平衡、碰摩、松动的故障现象,不对中故障现象被掩盖。

3) 多故障转子-滚动轴承系统在复杂的类混沌转速区间时,会呈现时域波形高矮峰随机变换,轴心轨迹“半椭圆”环状交替,相平面图多圆混合交错而紊乱等故障现象。上述现象的出现是转子-滚动轴承系统多故障耦合造成的,未来将深入分析其内在机理,探究多故障转子-滚动轴承系统的故障诊断方法。

参考文献:

- [1] 马平平. 航空发动机双转子系统振动特性研究[D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 2021.
MA Pingping. Vibration analysis of the dual-rotor system for aeroengine[D]. Dalian Liaoning: Dalian University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [2] 胡军, 杨德斌. 一种基于变形运动矢量分析法的转子耦合故障机理建模[J]. 机械工程学报, 2021, 57(15): 91-104.
HU Jun, YANG Debin. A rotor coupling fault mechanism modeling based on the deformation motion vector analysis method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(15): 91-104. (in Chinese)
- [3] 马辉, 李焕军, 刘杨, 等. 转子系统耦合故障研究进展与展望[J]. 振动与冲击, 2012, 31(17): 1-11.
MA Hui, LI Huanjun, LIU Yang, et al. Review and prospect for research of coupling faults in rotor systems[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(17): 1-11. (in Chinese)
- [4] YANG Yang, CAO Dengqing, WANG Deyou. Response analysis of a dual-disc rotor system with multi-unbalances-multi-fixed-point rubbing faults[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87: 109-125.
- [5] WANG Nanfei, JIANG Dongxiang. Vibration response characteristics of a dual-rotor with unbalance-misalignment cou-

- pling faults: theoretical analysis and experimental study[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 125:207-219.
- [6] 黄国远. 转子系统不平衡-不对中-碰摩多故障数值仿真与实验研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2018.
HUANG Guoyuan. Numerical simulation and experimental research on rotor system with unbalance misalignment rubbing multi faults[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)
- [7] XIANG Ling, DENG Zeqi, HU Aijun, et al. Multi-fault coupling study of a rotor system in experimental and numerical analyses[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 97:2607-2625.
- [8] 申倩. 裂纹转子-滚动轴承系统的动力学特性和故障诊断研究[D]. 天津:天津大学, 2019.
SHEN Qian. Dynamic characteristics and fault diagnosis of cracked rotor-rolling bearing system[D]. Tianjin: Tianjin University, 2019. (in Chinese)
- [9] 何振鹏, 仲崇高, 王宇博, 等. 发动机转子系统碰摩-裂纹-松动耦合故障作用下动力学特性分析[J]. 机械科学与技术, 2020, 39(7):1139-1148.
HE Zhenpeng, ZHONG Chonggao, WANG Yubo, et al. Dynamic characteristics analysis of rotor-crack-loose coupling fault of engine rotor system[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2020, 39(7):1139-1148. (in Chinese)
- [10] 刘杨, 李炎臻, 太兴宇, 等. 转子-滑动轴承系统松动-碰摩耦合故障分析[J]. 振动工程学报, 2016, 29(3):549-554.
LIU Yang, LI Yanzhen, TAI Xingyu, et al. Characteristic analysis of looseness-rubbing coupling fault in rotor-sliding-bearing system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(3):549-554. (in Chinese)
- [11] 曹宏瑞, 李兵, 何正嘉. 高速主轴动力学建模及高速效应分析[J]. 振动工程学报, 2012, 25(2):103-109.
CAO Hongrui, LI Bing, HE Zhengjia. Dynamic modeling of high-speed spindles and analysis of high-speed effects[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(2):103-109. (in Chinese)
- [12] 韩兵兵, 丁千. 带非线性支撑的转子有限元模型求解方法[J]. 航空动力学报, 2020, 35(12):2616-2625.
HAN Bingbing, DING Qian. Solution method of rotor finite element model with nonlinear support[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(12):2616-2625. (in Chinese)
- [13] 金风雨. 基于Timoshenko梁的核主泵有限元建模及动力学分析[D]. 辽宁 大连:大连理工大学, 2021.
JIN Fengyu. Modeling and dynamic analysis of RCP based on Timoshenko beam finite element model[D]. Dalian Liaoning: Dalian University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [14] 曹家瑜. 某型柔性转子动力系统建模及仿真[D]. 福建 厦门:集美大学, 2020.
CAO Jiayu. Modeling and simulation of a flexible rotor power system[D]. Xiamen Fujian: Jimei University, 2020. (in Chinese)
- [15] 伍小莉. 不平衡-不对中-支座松动耦合故障下转子系统的动力学特性分析[D]. 成都:西南交通大学, 2019.
WU Xiaoli. Dynamic characteristics analysis on rotor system with unbalance-misalignment-pedestal looseness coupling faults[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019. (in Chinese)
- [16] 韩嘉桢. 陀螺效应对存在裂纹扩展的裂纹转子的非线性动力学特性的影响[D]. 北京:华北电力大学, 2021.
HAN Jiazhen. Effect of gyroscopic effect on the nonlinear dynamics of gravity dominant rotor with a growing crack[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2021. (in Chinese)
- [17] 闻邦椿, 武新华, 丁千, 等. 故障旋转机械非线性动力学的理论与实验[M]. 北京:科学出版社, 2004.
- [18] 侯兰兰. 非线性故障转子系统动力学仿真和实验研究[D]. 北京:华北电力大学, 2015.
HOU Lanlan. The research on the dynamics simulation and experiment of rotor system with nonlinear fault[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2015. (in Chinese)
- [19] 姚德臣. 旋转机械非线性动力学研究[M]. 北京:北京理工大学出版社, 2017.
- [20] 杨洋, 伍小莉, 许余乾, 等. 不对中-不平衡故障影响下的几何非线性转子振动行为研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(7):45-52.
YANG Yang, WU Xiaoli, XU Yuqian, et al. Vibration behavior of a geometrically nonlinear rotor under misalignment-unbalance coupled fault[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(7):45-52. (in Chinese)
- [21] 王正. 转动机械的转子动力学设计[M]. 北京:清华大学出版社, 2015.
- [22] 徐洪志, 王南飞, 蒋东翔. 双转子系统轴承座松动的动力学模型及故障特性[J]. 航空动力学报, 2016, 31(11):2781-2794.
XU Hongzhi, WANG Nanfei, JIANG Dongxiang. Bearing pedestal looseness dynamic model of dual rotor system and fault feature[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(11):2781-2794. (in Chinese)
- [23] 马辉, 吴志渊, 太兴宇, 等. 含碰摩故障的转子-盘片-机匣系统动力学特性分析[J]. 航空动力学报, 2015, 30(8):1950-1957.
MA Hui, WU Zhiyuan, TAI Xingyu, et al. Dynamic characteristic analysis of rotor-blade-casing system with rub-impact fault[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(8):1950-1957. (in Chinese)

(编辑:王碧琨)